

# COMPORTAMIENTO Y MODELACIÓN DE GEO-MATERIALES SOMETIDOS A CARGAS REPETITIVAS<sup>1</sup>

Cesar Pasten<sup>2</sup>, Hosung Shin<sup>3</sup> y J. Carlos Santamarina<sup>4</sup>

Resumen: Muchos sistemas geotécnicos están sometidos a solicitaciones repetitivas de pequeña magnitud que producen acumulación de deformaciones en el largo plazo. Este artículo propone un esquema de solución de problemas de borde mecánicos con elementos finitos utilizando un modelo basado en plasticidad para la carga estática y el primer ciclo de carga, complementado por un modelo híbrido con acumulación empírica para la carga repetitiva. El modelo híbrido considera el umbral de deformación elástico, la densidad terminal y “ratcheting”. Los resultados del análisis de una fundación superficial sometida a una carga vertical repetitiva muestran la acumulación gradual de deformaciones y el cambio del estado de esfuerzos durante la carga repetitiva. Finalmente, se reconoce la necesidad de un esquema de modelación del comportamiento a largo plazo de suelos sometidos a ciclos térmicos, de congelamiento-deshielo, de humedecimiento-secado y de cambios químicos.

**Palabras clave:** carga repetitiva, densidad terminal, “ratcheting”.

## BEHAVIOR AND MODELING OF GEO-MATERIALS SUBJECTED TO REPETITIVE LOADING

Abstract: Several geotechnical systems are subjected to low magnitude repetitive loading that causes long-term strain accumulation. This manuscript proposes a numerical scheme to solve mechanical boundary value problems using the finite element method. A plasticity-based constitutive model is used to analyze the static and first load cycle, and a hybrid model with empirical accumulation is invoked to track the accumulation of deformation during the cyclic load. The hybrid model considers the elastic threshold strain, terminal density, and ratcheting. The analysis of a shallow foundation subjected to repetitive vertical load shows gradual strain accumulation and stress redistribution during repetitive loading. Finally, we recognize the need for numerical schemes to model the long-term behavior of soils subjected to thermal, freeze-thaw, wet-dry, and chemical cycles.

**Keywords:** ratcheting, repetitive loading, terminal density.

### INTRODUCCIÓN

Solicitaciones repetitivas de pequeña magnitud pueden causar la acumulación gradual de deformaciones y eventualmente comprometer la estabilidad de un sistema llevándolo a la falla. Muchos sistemas geotécnicos, tales como pavimentos, líneas férreas, estructuras costa-afuera, fundaciones de máquinas, tanto superficiales como profundas, y almacenes subterráneos de energía en base a aire comprimido involucran inherentemente cargas repetitivas.

El nivel de deformación impuesto por las condiciones de borde y los cambios internos determinan el mecanismo de deformación, la frecuencia y amplitud de la solicitación definen la magnitud de las fuerzas inerciales (Ishihara, 1996) y el número de repeticiones controla la acumulación de cambios permanentes que experimenta el sistema.

Este artículo comienza con una revisión crítica del comportamiento a largo plazo de materiales granulares sometidos a cargas mecánicas repetitivas, introduce los conceptos de umbrales de deformación, “ratcheting” y densidad terminal, revisa los modelos constitutivos propuestos para modelar la repuesta de materiales granulares y propone un esquema numérico para solucionar problemas de borde considerando las características fundamentales del comportamiento de suelos bajo cargas mecánicas repetitivas.

---

<sup>1</sup> Artículo recibido el 1 de octubre de 2011 como parte del 2do Encuentro Latino de Profesores de Geotecnia. Artículo aceptado en versión final el 15 de noviembre de 2011.

<sup>2</sup> School of Civil and Environmental Engineering, Georgia Institute of Technology, 790 Atlantic Drive, Atlanta, Georgia 30332, USA. E-mail: cpasten@gatech.edu

<sup>3</sup> School of Civil and Environmental Engineering, University of Ulsan, Ulsan, Republic of Korea.

<sup>4</sup> School of Civil and Environmental Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, Georgia, USA.

## COMPORTAMIENTO DE SUELOS ANTE CARGAS MECÁNICAS REPETITIVAS

### Umbral de deformación

Se pueden distinguir tres umbrales de deformación en materiales granulares: el elástico, el volumétrico y el correspondiente al estado característico (Dobry y Swiger, 1979; Luong, 1980; Vucetic, 1994). Un suelo solicitado cíclicamente a un nivel de deformación menor que el umbral de deformación elástico se deforma a nivel de contacto de partículas (Hardin y Drnevich, 1972). La fábrica se asume prácticamente constante en un ciclo, pero micro-deslizamientos entre partículas pueden producir la acumulación de deformaciones plásticas (Johnson, 1961). A niveles de deformación por arriba del umbral de deformación volumétrico, el suelo experimenta cambios de fábrica debido al reacomodamiento de partículas, desarrolla considerables deformaciones plásticas en condición drenada, genera presión de poros en condición no drenada, y sufre cambios de rigidez y amortiguamiento. Si las deformaciones superan el umbral del estado característico, el material se contrae y dilata en cada ciclo de carga, resultando generalmente en contracción al final del ciclo (Tatsouka y Ishihara, 1974).

### “Ratcheting” y “shakedown”

Deformación incremental, o “ratcheting”, se observa cuando en cada ciclo de carga-descarga existe una deformación de corte residual que se acumula a largo plazo (Alonso-Marroquin y Herrmann, 2004). La evolución de “ratcheting” es más pronunciada cuando existe una alta anisotropía de esfuerzos. Si la deformación residual de un ciclo decrece asintóticamente, el suelo alcanza eventualmente un estado estable de deformación conocido como “shakedown” (Sharp y Booker, 1984).

### Densidad terminal

Densidad terminal, o índice de vacíos terminal, se refiere a la densidad que alcanza un material granular después de un determinado proceso monotónico o repetitivo prolongado (Narsilio y Santamarina, 2008). La densidad en el estado crítico y la densidad mínima obtenida por vibración (ASTM, 2006) son ejemplos de densidades terminales para sus respectivos procesos.

### Comportamiento triaxial

La Figura 1 muestra el comportamiento de un material granular sometido a un estado triaxial de esfuerzos en condición drenada. El comportamiento se caracteriza por el esfuerzo medio  $p_m$ , el esfuerzo desviador  $q_m$ , la amplitud cíclica del corte  $q_{ampl}$  y el índice de vacíos inicial  $e_0$ . Los distintos cuadrantes muestran la mayor deformación después del primer ciclo de carga, la acumulación de deformación plástica en cada ciclo, la componente elástica que se mantiene aproximadamente constante y la deformación volumétrica que lleva al suelo asintóticamente al índice de vacíos terminal.

### Magnitud y dirección de las deformaciones acumuladas

La Figura 2 muestra esquemáticamente la evolución de los incrementos de deformación acumulada con el número de ciclos para un suelo con tres anisotropías de esfuerzo inicial durante carga repetitiva drenada. Las flechas representan el vector incremental de deformaciones por ciclo de carga: la componente horizontal es el cambio volumétrico y la componente vertical la deformación de corte.

El incremento de deformación acumulada en el primer ciclo de carga,  $N = 1$ , sigue aproximadamente la normalidad a la superficie de flujo plástico monotónico (por ejemplo, Cam Clay modificado - Roscoe y Burland, 1968; Wichtmann, 2005). El elemento de suelo sometido al estado de esfuerzos #1 próximo a la línea de estado último,  $\eta = q_m/p_m \sim M$ , exhibe principalmente acumulación de deformaciones de corte mientras que el sometido al estado de esfuerzos #3 isotrópico,  $\eta = 0$ , desarrolla sólo acumulación de deformaciones volumétricas. Con el aumento del número de ciclos, el incremento de deformación de corte acumulada por ciclo converge a un valor constante ( $N \rightarrow \infty$ , es decir, “ratcheting”), mientras que los incrementos de deformación volumétrica acumulada por ciclo decrecen asintóticamente a cero a medida que el material evoluciona hacia la densidad terminal.

## MODELOS CONSTITUTIVOS PARA CARGA REPETITIVA

Los modelos constitutivos para cargas repetitivas se clasifican en modelos basados en plasticidad y modelos híbridos con acumulación empírica.

## Modelos basados en plasticidad

Las ecuaciones constitutivas de los modelos basados en plasticidad describen la respuesta esfuerzo-deformación completa del material: plasticidad de superficie límite (Dafalias y Herrmann, 1986); endurecimiento cinemático (Mróz, 1967); plasticidad generalizada (Zhang et al., 2001); y formulaciones combinadas (Gajo y Muir Wood, 1999). Los modelos basados en plasticidad con potenciales plásticos irreducibles en descarga no son aptos para simular carga cíclica ya que son incapaces de predecir deformaciones plásticas en recarga. En general, la predictibilidad de este tipo de modelos decrece con el número de ciclos (Niemunis et al., 2004).

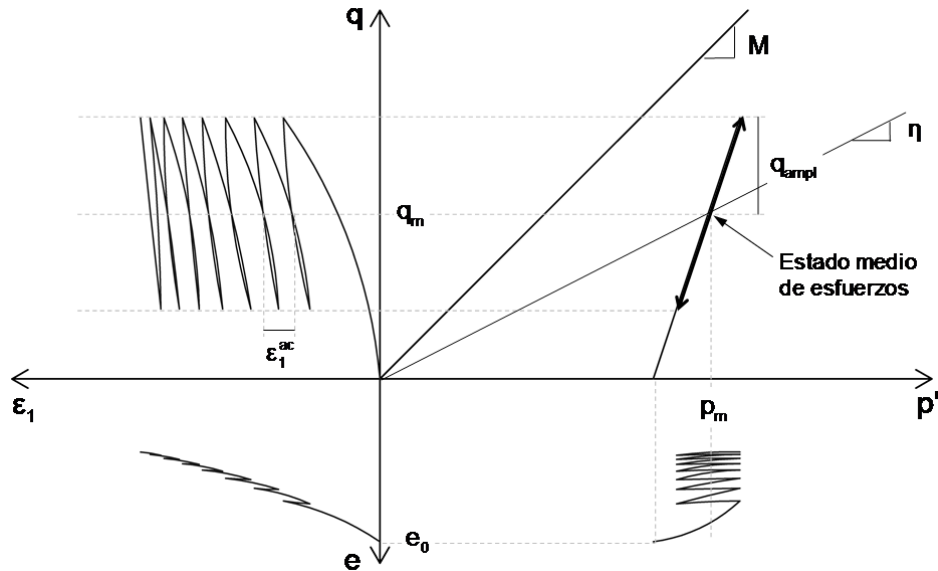


Figura 1: Comportamiento de suelo sometido a estado de carga repetitiva triaxial en condición drenada.

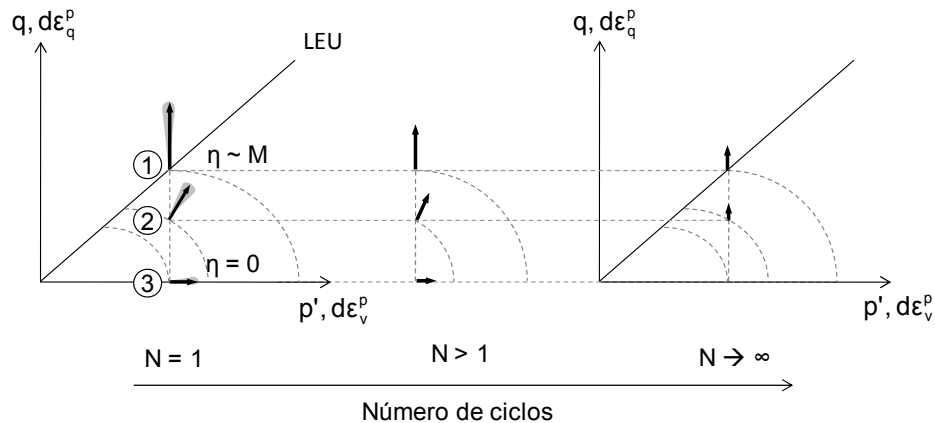


Figura 2: Evolución de la dirección de incrementos de deformación plástica volumétrica  $d\varepsilon_v^p$  y de corte  $d\varepsilon_q^p$  con el número de ciclos de carga mecánica. Nota:  $\eta = q^m/p^m$  y LEU = línea de estado último.

## Modelos híbridos con acumulación empírica

Los modelos híbridos con acumulación empírica se basan en ecuaciones ajustadas a datos experimentales cíclicos y predicen la deformación acumulada de un material al final de un determinado número de ciclos. Además, son función de las condiciones de carga promedio, la densidad inicial, el historial y trayectoria de esfuerzos y la amplitud de la carga repetitiva. Los modelos híbridos de acumulación de deformaciones se pueden dividir en tres grupos: (1) modelos que describen una componente de la deformación acumulada en función de la respuesta al primer ciclo de carga, el número de

ciclos, el estado de esfuerzos y la densidad inicial (Diyaljee y Raymond, 1982; Gidel et al., 2001; Lentz y Baladi, 1981; Sawicki y Swidzinski, 1989; Sweere, 1990; Tseng y Lytton, 1989); (2) modelos que predicen una componente de la deformación acumulada a un número de ciclos de carga de referencia  $N_{ref}$  en función del estado de esfuerzos, del índice de vacíos inicial y la resistencia al corte (Barksdale, 1972; Brown, 1974; Lekarp y Dawson, 1998; Lentz y Baladi, 1980); y (3) modelos que predicen la evolución completa de las deformaciones acumuladas, magnitud y dirección, en función del número de ciclos, el estado de esfuerzos y la densidad inicial (Bouckovalas et al., 1984; François et al., 2010; Kaggwa et al., 1991; Marr y Christian, 1981; Niemunis et al., 2005; Suiker y de Borst, 2003).

### Carencia de modelos constitutivos para cargas no convencionales

Mientras las cargas mecánicas repetitivas son las más reconocidas, todo tipo de acción repetitiva puede causar efectos acumulativos. Oscilaciones térmicas producen consolidación, hinchamiento, incremento de presión de poros, reducción de resistencia al corte y “creep” (Campanella y Mitchell, 1968; Demars y Charles, 1982); ciclos de congelamiento y deshielo desestructuran el medio (Qi et al., 2006); ciclos de humedecimiento y secado causan expansión de suelos granulares finos, deformaciones plásticas y grietas de desecación (Albrecht y Benson, 2001; Osipov et al., 1987; Pejon y Zuquette, 2002; Tripathy y Subba Rao, 2009); y cambios repetitivos del fluido intersticial, que involucren cambios de pH y concentración iónica, inducen cambios volumétricos debido a modificaciones de la carga superficial de las partículas y de las fuerzas eléctricas que gobiernan su interacción (Musso et al., 2003). A pesar de su relevancia en numerosos sistemas geotécnicos, no existen modelos híbridos con acumulación empírica capaces de considerar este tipo de cargas cíclicas.

### ESQUEMA DE MODELACIÓN NUMÉRICA PARA PROBLEMAS DE BORDE

A continuación se presenta un algoritmo de solución numérica para determinar la respuesta de materiales granulares sometidos a ciclos mecánicos de carga de pequeña amplitud. El esquema se implementa en elementos finitos (soluciones alternativas en François et al., 2010; Niemunis et al., 2005; Suiker y de Borst, 2003 y Peerlings et al., 1998).

#### Algoritmo

El algoritmo involucra cuatro pasos.

*Paso 1: Aplicación de la carga estática.* Se establece el modelo del problema y se calculan los esfuerzos inducidos por todas las cargas estáticas. El modelo constitutivo es basado en plasticidad con el índice de vacíos como variable de estado. Se obtienen las condiciones iniciales: el índice de vacíos estático inicial  $e_m$ , el esfuerzo medio  $p_m$  y el esfuerzo desviador  $q_m$ .

*Paso 2: Aplicación del primer ciclo de carga.* Usando el mismo modelo constitutivo del paso 1, se calculan las deformaciones plásticas volumétricas y de corte producidas por el primer ciclo de carga,  $\varepsilon_v^p|_{N=1}$  y  $\varepsilon_q^p|_{N=1}$ . Además, se calcula la deformación volumétrica y de corte total del ciclo,  $\varepsilon_v|_{N=1}$  y  $\varepsilon_q|_{N=1}$ , para determinar los puntos que exceden el umbral de deformación elástico.

*Paso 3: Acumulación de deformaciones por carga repetitiva.* Utilizando un modelo híbrido con acumulación empírica (tipo #3) se calculan las deformaciones acumuladas, volumétrica y de corte, en función del número de ciclos, el estado de esfuerzo estático y las deformaciones plásticas inducidas en el primer ciclo de carga. Este cálculo se repite en todos los puntos de integración que excedan el umbral de deformación elástico. La deformación volumétrica se limita con el número de ciclos y el índice de vacíos converge al valor terminal.

*Paso 4: Problema de borde—Equilibrio y compatibilidad.* Las deformaciones de volumen y corte se combinan para formar el tensor de deformación plástica, el cual genera una fuerza desbalanceada en el sistema. Los esfuerzos se calculan a partir de un módulo de compresibilidad dependiente de la presión media (similar al utilizado por el modelo Cam Clay), un coeficiente de Poisson constante y el tensor de deformación elástica, que es el tensor de deformación total menos el tensor de deformación plástica. El sistema global vuelve al equilibrio a través de sucesivas iteraciones Newtonianas.

#### Ejemplo: Fundación superficial

Se analiza numéricamente el comportamiento de una fundación superficial sometida a carga repetitiva. La Figura 3 muestra la deformación vertical acumulada después de  $N$  ciclos de carga. Los esfuerzos que resultan por la carga estática y el primer ciclo se calculan con el modelo Cam Clay modificado (parámetros en la Tabla 1). El modelo utilizado para la deformación volumétrica y de corte acumulada en el ciclo  $N$  es

$$\varepsilon_v^p|_N = \varepsilon_v^p|_{N=1} [1 + a \cdot \ln(N)] \quad (1)$$

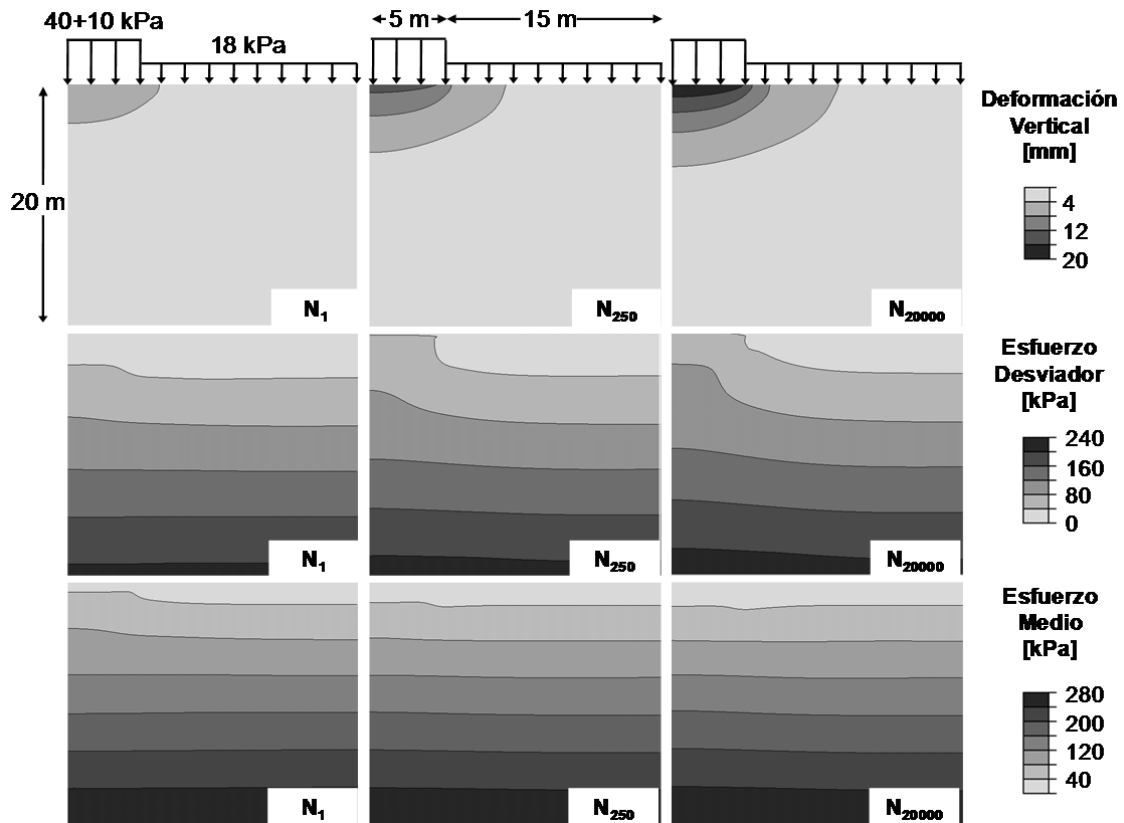
$$\varepsilon_q^p|_N = \varepsilon_q^p|_{N=1} [1 + b \cdot \ln(N) + c \cdot N] \quad (2)$$

donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son parámetros experimentales que dependen de la anisotropía de esfuerzos  $\eta$  para satisfacer el comportamiento de la Figura 2 y de la trayectoria de esfuerzos. La deformación volumétrica acumulada se limita a  $\varepsilon_v^p|_N = (e_m - e_{td})/(1 + e_m)$  cuando se alcanza el índice de vacíos terminal  $e_{td}$ . Los parámetros del modelo se calibran con resultados triaxiales para arenas (Wichtmann, 2005). El modelo es axisimétrico con carga estática  $P = 40$  kPa y una componente repetitiva de  $\Delta P = 10$  kPa.

**Tabla 1: Parámetros del modelo Cam Clay modificado utilizado en los Pasos 1 y 2.**

Parámetro	Valor
Módulo descarga-recarga ( $\kappa$ )	0.005
Módulo de Poisson ( $\nu$ )	0.3
Pendiente de la curva de consolidación isotrópica en espacio $e$ - $\ln(p')$ ( $\lambda$ )	0.017
Curva de consolidación isotrópica a 1kPa ( $N$ )	1.87
Densidad ( $\gamma$ )	18 kN/m <sup>3</sup>
Pendiente de línea de estado último ( $M$ )	1.2
Coefficiente de empuje en reposo ( $K_0$ )	0.5

Nota: Los valores corresponden a los parámetros de una arena de Ottawa (Bayoumi, 2006)



**Figura 3: Fundación superficial (a 1m de profundidad) sometida a N ciclos de carga repetitiva. La deformación vertical que se muestra es causada sólo por la carga repetitiva  $\Delta P = 10$  kPa. El estado de esfuerzos corresponde al de la condición gravitacional, la carga estática y la repetitiva.**

## CONCLUSIONES

Cargas de borde mecánicas repetitivas producen acumulación de deformaciones con el número de ciclos de carga cuando las deformaciones impuestas exceden el umbral de deformación elástico del suelo. La magnitud y dirección de la acumulación de deformaciones depende principalmente de la anisotropía del estado inicial de esfuerzos. La acumulación de deformación volumétrica decrece asintóticamente a medida que el suelo se aproxima a la densidad terminal asociada al proceso ("shakedown"). Por otro lado, la deformación cortante en cada ciclo puede converger a un valor constante ("ratcheting") o acercarse a la falla, dependiendo de la anisotropía del estado de esfuerzos iniciales.

Estas características del comportamiento de los suelos se incorporan en un esquema de solución de problemas de bordes con elementos finitos, utilizando un modelo constitutivo basado en plasticidad para la carga estática y el primer ciclo de carga y un modelo híbrido con acumulación empírica para la carga repetitiva.

El análisis de una fundación superficial sometida a carga vertical repetitiva usando este esquema numérico muestra la acumulación de deformaciones y el cambio del estado de esfuerzos durante la carga repetitiva.

Cargas repetitivas no convencionales como ciclos térmicos, de congelamiento-deshielo, de humedecimiento-secado y de cambios químicos son comunes en sistemas geotécnicos. En estos casos, no existen esquemas de modelación numérica adecuados para analizar la acumulación de deformaciones inducidas a largo plazo.

## AGRADECIMIENTOS

Este estudio fue financiado por la beca Igualdad de Oportunidades Fulbright - Conicyt Chile, "the U.S. National Science Foundation" y por la Fundación Goizueta.

## REFERENCIAS

- Albrecht, B. A. y Benson, C. H. (2001). "Effect of desiccation on compacted natural clays", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 127, No. 1, pp. 67-75.
- Alonso-Marroquín, F. y Herrmann, H. J. (2004). "Ratcheting of granular materials", *Physical Review Letters*, Vol. 92, No. 5, pp. 054301-1 - 054301-4.
- ASTM. (2006). "Standard test method for maximum index density and unit weight of soils using a vibratory table. Annual Book of ASTM Standards", American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, Pennsylvania, pp. 1-14.
- Barksdale, R. D. (1972). "Laboratory evaluation of rutting in basecourse materials", *Third International Conference on Structural Design of Asphalt Pavements*, London, England, Vol. 1, pp. 161-174.
- Bouckovalas, G., Whitman, R. V. y Marr, W. A. (1984). "Permanent displacement of sand with cyclic loading", *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 110, No. 11, pp. 1606-1623.
- Brown, S. F. (1974). "Repeated load testing of a granular material", *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol. 100, No. GT7, pp. 825-841.
- Campanella, R. G. y Mitchell, J. K. (1968). "Influence of temperature variations on soil behavior", *American Society of Civil Engineers Proceedings, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, Vol. 94, No. SM3, pp. 709-734.
- Dafalias, Y. F. y Herrmann, L. R. (1986). "Bounding surface plasticity. II: Application to isotropic cohesive soils", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 112, No. 12, pp. 1263-1291.
- Demars, K. R. y Charles, R. D. (1982). "Soil volume changes induced by temperature cycling", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 19, No. 2, pp. 188-194.
- Diyaljee, V. A. y Raymond, G. P. (1982). "Repetitive load deformation of cohesionless soil", *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol. 108, No. GT10, pp. 1215-1229.
- Dobry, R. y Swiger, W. F. (1979). "Threshold strain and cyclic behavior of cohesionless soils", *Third ASCE/EMDE Specialty Conference*, 17-19 September, Austin, Texas, pp. 521-525.

- François, S., Karg, C., Haegeman, W. y Degrande, G. (2010). "A numerical model for foundation settlements due to deformation accumulation in granular soils under repeated small amplitude dynamic loading", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 34, No. 3, pp. 273-296.
- Gajo, A. y Muir Wood, D. (1999). "Severn-Trent sand: A kinematic-hardening constitutive model: The q-p formulation", *Geotechnique*, Vol. 49, No. 5, pp. 595-614.
- Gidel, G., Hornych, P., Chauvin, J. J., Breyse, D. y Denis, A. (2001). "A new approach for investigating the permanent deformation behaviour of unbound granular material using the repeated load triaxial apparatus", *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, Vol. 233, No. 4, pp. 5-21.
- Hardin, B. O. y Drnevich, V. P. (1972). "Shear modulus and damping in soils: Design equations and curves", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, Vol. 98, No. 7, pp. 667-692.
- Ishihara, K. (1996). *Soil Behaviour in Earthquake Geotechnics*, Oxford University Press, New York.
- Johnson, K. L. (1961). "Energy dissipation at spherical surfaces in contact transmitting oscillating forces", *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 3, No. 4, pp. 362-368.
- Kaggwa, W. S., Booker, J. R. y Carter, J. P. (1991). "Residual strains in calcareous sand due to irregular cyclic loading", *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 117, No. 2, pp. 201-218.
- Lekarp, F. y Dawson, A. (1998). "Modelling permanent deformation behaviour of unbound granular materials", *Construction and Building Materials*, Vol. 12, No. 1, pp. 9-18.
- Lentz, R. W. y Baladi, G. Y. (1980). "Simplified procedure to characterize permanent strain in sand subjected to cyclic loading", *International Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading*, Swansea, U.K., pp. 89-95.
- Lentz, R. W. y Baladi, G. Y. (1981). "Constitutive equation for permanent strain of sand subjected to cyclic loading", *Transportation Research Record*, pp. 50-54.
- Luong, M. P. (1980). "Stress-strain aspects of cohesionless soils under cyclic and transient loading, Swansea", *International Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading*, Rotterdam, The Netherlands, pp. 315-324.
- Marr, W. A. y Christian, J. T. (1981). "Permanent displacements due to cyclic wave loading", *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, Vol. 107, No. 8, pp. 1129-1149.
- Mróz, Z. (1967). "On the description of anisotropic workhardening", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 15, No. 3, pp. 163-175.
- Musso, G., Romero Morales, E., Gens, A. y Castellanos, E. (2003). "The role of structure in the chemically induced deformations of FEBEX bentonite", *Applied Clay Science*, Vol. 23, No. 1-4, pp. 229-237.
- Narsilio, G. A. y Santamarina, J. C. (2008). "Terminal densities", *Geotechnique*, Vol. 58, No. 8, pp. 669-674.
- Niemunis, A., Wichtmann, T. y Triantafyllidis, T. (2004). "Explicit accumulation model for cyclic loading", *International Conference on Cyclic Behaviour of Soils and Liquefaction Phenomena*, Bochum, Germany, pp. 65-76.
- Niemunis, A., Wichtmann, T. y Triantafyllidis, T. (2005). "A high-cycle accumulation model for sand", *Computers and Geotechnics*, Vol. 32, No. 4, pp. 245-63.
- Osipov, V. I., Bik, N. N. y Rumjantseva, N. A. (1987). "Cyclic swelling of clays", *Applied Clay Science*, Vol. 2, No. 4, pp. 363-374.
- Peerlings, R. H. J., de Borst, R., Brekelmans, W. A. M. y Geers, M. G. D. (1998). "Gradient-enhanced damage modelling of concrete fracture", *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, Vol. 3, No. 4, pp. 323-342.
- Pejon, O. J. y Zuquette, L. V. (2002). "Analysis of cyclic swelling of mudrocks", *Engineering Geology*, Vol. 67, No. 1-2, pp. 97-108.
- Qi, J., Vermeer, P. A. y Cheng, G. (2006). "A review of the influence of freeze-thaw cycles on soil geotechnical properties", *Permafrost and Periglacial Processes*, Vol. 17, No. 3, pp. 245-252.
- Roscoe, K. H. y Burland, J. B. (1968). "On the generalized stress-strain behaviour of wet clay", in *Engineering Plasticity*, J. Heyman and F. A. Leckie, eds., Cambridge University Press, Cambridge, England.
- Sawicki, A. y Swidzinski, W. (1989). "Mechanics of a sandy subsoil subjected to cyclic loadings", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 13, No. 5, pp. 511-529.
- Sharp, R. W. y Booker, J. R. (1984). "Shakedown of pavements under moving surface loads", *Journal of Transportation Engineering*, Vol. 110, No. 1, pp. 1-14.

- Suiker, A. S. J. y de Borst, R. (2003). "A numerical model for the cyclic deterioration of railway tracks", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 57, No. 4, pp. 441-470.
- Sweere, G. T. H. (1990). *Unbound granular bases for roads*, Delft University of Technology,
- Tatsouka, F. y Ishihara, K. (1974). "Drained deformation of sand under cyclic stresses reversing direction", *Soils and Foundations*, Vol. 14, No. 3, pp. 51-65.
- Tripathy, S. y Subba Rao, K. S. (2009). "Cyclic swell-shrink behaviour of a compacted expansive soil", *Geotechnical and Geological Engineering*, Vol. 27, No. 1, pp. 89-103.
- Tseng, K.-H. y Lytton, R. L. (1989). "Prediction of permanent deformation in flexible pavement materials", *Implication of Aggregates in the Design, Construction, and Performance of Flexible Pavements*, ASTM No. STP 1016, pp. 154-154.
- Vucetic, M. (1994). "Cyclic threshold shear strains in soils", *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 120, No. 12, pp. 2208-2228.
- Wichtmann, T. (2005). *Explicit accumulation model for non-cohesive soils under cyclic loading*, Ruhr Universitat Bochum, Bochum, Germany.
- Zhang, H. W., Heeres, O. M., Borst, R. d. y Schrefler, B. A. (2001). "Implicit integration of a generalized plasticity constitutive model for partially saturated soil", *Engineering Computations*, Vol. 18, No. 2, pp. 314-336.